TP Capacités numériques - Entraînement

L'objectif de ce TP numérique est de réviser les capacités numériques vues en cours tout au long de l'année, à travers de petits exercices. N'hésitez pas à retourner voir les points de cours correspondants, et à vous inspirer des scripts fournis si vous bloquez !

1 Equations différentielles 1 - Premier ordre

On considère un circuit RC série, avec $R = 500\,\Omega$ et $C = 100\,\mu\text{F}$. On pose $\tau = RC$, et on branche en série dans ce circuit un générateur de rampe de tension

$$E(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \dfrac{Kt}{\tau} & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

avec K une constante positive. Tracer la tension $u_C(t)$, en utilisant la méthode d'Euler, sur l'intervalle $[0; 10\tau]$, et étudier l'impact de K sur cette tension.

2 Equations différentielles 2 - Le pendule sans approximation

1. En utilisant `odeint`, tracer la fonction $\theta(t)$ représentant l'angle qu'un pendule simple forme avec l'axe vertical, pour plusieurs valeurs de θ_0.
2. Par lecture graphique, déterminer la période T du pendule en fonction de θ_0 pour plusieurs valeurs de $\theta_0 \in [0; \pi/2]$, et tracer la courbe $T = f(\theta_0)$. Commenter : à partir de quelle valeur de θ_0 l'approximation des petits angles n'est-elle plus valable ?
3. En utilisant la fonction `polyfit`, déterminer la valeur numérique de la constante α dans le développement limité de T en θ_0 :
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}\left(1 + \alpha\theta_0^2\right)$$
4. On peut améliorer la détermination de la période du pendule : comment, à partir du tableau contenant les valeurs de $\theta(t)$, peut-on remonter à la période ? Améliorer votre programme pour qu'il affiche, après le tracé de la courbe $\theta(t)$, la période T des oscillations.

3 Filtre numérique

On considère une tension d'entrée $u_e(t) = U_0 \cos^4(\omega_0 t)$ avec $U_0 = 6\,\text{V}$ et $\omega_0 = 1{,}0 \cdot 10^4\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

1. Proposer un filtre linéaire d'ordre 1 qui permet d'obtenir, à partir de cette tension d'entrée, une tension de sortie $u_s(t) = U_s \cos(4\omega_0 t)$
2. Modéliser, à l'aide d'un script Python, l'effet du filtre sur la tension $u_e(t)$, et vérifier, en changeant les différents paramètres, si le filtre a le comportement attendu. Commenter, et si ce n'est pas le cas, proposer un filtre plus adéquat pour réaliser la même opsération.
3. Déterminer la tension à la sortie du même filtre si, cette fois-ci, la tension d'entrée est définie par la décomposition en série de Fourier suivante, avec les mêmes valeurs de ω_0 et U_0 :
$$u_e'(t) = U_0 \Lambda(\omega_0 t) \quad ; \quad \Lambda : x \mapsto \frac{-8}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos((2n+1)x)$$
Tracer également la tension $u_e'(t)$