Devoir Surveillé 1

L'épreuve dure 4 heures. Le sujet est constitué de 9 pages et d'une page d'annexe, et comporte une question de cours, un exercice et deux problèmes. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Résoudre les exercices de ce sujet sur ***copies doubles****. Attention au soin et à la rigueur : numérotez les questions, rédigez les réponses, encadrez les résultats. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements comptent pour une part importante de l'évaluation de la copie, et les réponses non justifiées ne seront pas prises en compte. Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition, en précisant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Question de cours (maximum 15 minutes !)

1. Définir le foyer principal objet et le foyer principal image d'un système optique centré.
2. Rappeler les lois de Snell-Descartes. On fera un schéma pour définir les notations.
3. Rappeler quelles conditions doivent être satisfaites pour utiliser le modèle de l'optique géométrique.
4. On considère un dioptre plan séparant deux milieux d'indices n_1 et n_2. Un rayon lumineux arrive depuis le milieu d'indice n_1 sur le dioptre. A quelle condition sur n_1 et n_2 est-il possible d'observer une réflexion totale ? Quel est l'angle limite de réflexion totale i_l, en fonction de n_1 et n_2 ?

Exercice - Dimensions et électromagnétisme

L'électromagnétisme est la branche de la physique qui étudie les interactions entre particules chargées électriquement, et plus généralement les effets de l'électricité. Elle repose sur les notions de champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$. Son domaine d'application est très vaste : circuits électriques, ondes radio/micro-ondes, lumière, induction électromagnétique, ...L'interaction électromagnétique est également une des quatre interactions fondamentales qui régissent le fonctionnement de l'Univers.

L'objectif de cet exercice est de retrouver la valeur numérique de la vitesse de la lumière dans le vide, c, en approchant l'électromagnétisme par l'analyse dimensionnelle.

> **Données :** Les deux constantes fondamentales de l'électromagnétisme sont la *permittivité diélectrique du vide* ε_0, et la *perméabilité magnétique du vide* μ_0, dont on donne les valeurs dans le Système International :
>
> - $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$ (*Farad par mètre*)
> - $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H \cdot m^{-1}}$ (*Henry par mètre*). $\pi \simeq 3,14\dots$ est la constante mathématique habituelle.
>
> On notera $[X]$ la dimension de la grandeur physique X. Les dimensions fondamentales du Système International utiles dans cet exercice sont le temps T, la longueur L, la masse M, l'intensité électrique I.

1. L'unité SI du champ électrique E est le Volt par mètre, $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$.
   (a) Déterminer la dimension de l'énergie, à l'aide de la définition de l'énergie cinétique.
   (b) En déduire la dimension de la puissance.
   (c) En utilisant la relation $P = UI$ (puissance = tension électrique × intensité électrique), déterminer la dimension de la tension électrique.
   (d) En déduire la dimension du champ électrique E.

2. Une particule de charge électrique q crée un champ électrique $\vec{E}$ dans l'espace qui l'entoure. A une distance r de la particule, la norme de ce champ est donnée par la loi de Coulomb :

$$\|\vec{E}\| = E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

En déduire la dimension de ε_0.

3. La force magnétique $\vec{F}$ qui s'exerce entre deux conducteurs parallèles, de même longueur l, parcourus par des courants d'intensité électrique i_1 et i_2, et séparés par une distance d, a pour norme :

$$\|\vec{F}\| = F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d}$$

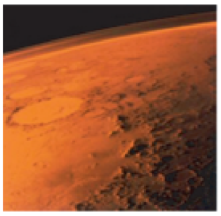
En déduire la dimension de μ_0.

4. La lumière est une onde électromagnétique. Sa vitesse de propagation dans le vide, c, ne peut dépendre que de ε_0 et μ_0. Déterminer l'expression de c en fonction de ε_0 et μ_0, à un facteur multiplicatif k près.

5. On admet que $k = 1$. Calculer la valeur numérique de c dans le Système International, et comparer avec la valeur que vous connaissez.

Problème 1 - Observation de la planète Mars (Bac Physique-Chimie)

La planète Mars est une planète du système solaire au cœur de multiples projets scientifiques internationaux destinés à mieux connaitre son sol et son histoire. Les objectifs de l'exercice sont de déterminer quelques caractéristiques de la planète Mars à partir :

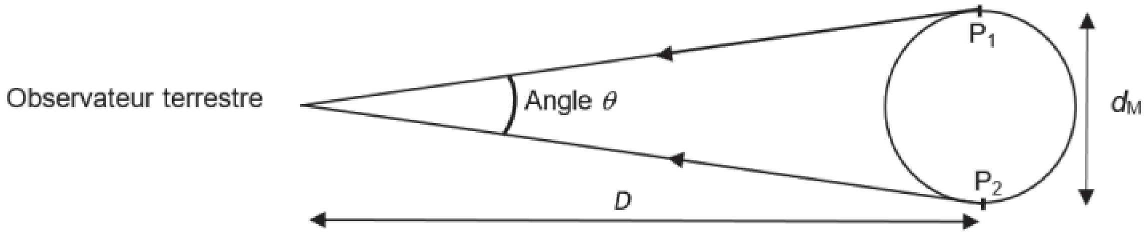


Source : Wikipédia

- de la mesure de l'angle sous lequel elle est vue par un observateur terrestre.
- de l'observation de Phobos, l'un de ses satellites naturels.

Données :

- Angle θ, exprimé en radian, sous lequel la planète Mars est vue par un observateur terrestre :



On se place dans le cadre de l'approximation des petits angles ($\theta \ll 1$ rad) :

– $\tan\theta \simeq \theta$ avec θ en radians.
– La distance Terre-Mars, notée D, étant suffisamment grande devant le diamètre de Mars, noté d_M, l'angle θ (en radians) a pour expression :

$$\theta \simeq \frac{d_M}{D}$$

- Pouvoir séparateur de l'œil humain : il correspond à l'angle minimal, noté ε, au-dessus duquel l'œil humain peut différencier deux points. Il a pour valeur $\varepsilon = 2{,}9 \cdot 10^{-4}$ rad.

- Constante de gravitation universelle $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}$.
- Diamètre moyen de référence de la planète Mars : $d_{ref} = 6{,}78 \cdot 10^3\,\mathrm{km}$.
- Rayon de l'orbite, supposée circulaire, de Mars autour du Soleil : $r_{SM} = 2{,}28 \cdot 10^8\,\mathrm{km}$.
- Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$.

Partie 1 : Observation de Mars avec une lunette astronomique

On peut observer la planète Mars avec une lunette astronomique afocale composée de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 de distances focales respectives $f_1' = 900\,\mathrm{mm}$ et $f_2' = 20\,\mathrm{mm}$. Le schéma donné en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** représente des rayons lumineux provenant des deux points de Mars P_1 et P_2. Ces deux points sont :

- situés à la surface de Mars ;
- supposés à l'infini ;
- diamétralement opposés ;
- écartés d'un angle θ correspondant à l'angle sous lequel la planète Mars est vue par un observateur terrestre ;
- observés depuis la surface de la Terre.

1. Indiquer sur le schéma en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**, au-dessus de la lentille correspondante, la lentille qui joue le rôle d'objectif et celle qui joue le rôle d'oculaire.
2. Citer la propriété caractéristique d'une lunette astronomique dite « afocale ». Donner la position du foyer objet F_2 de la lentille L_2 par rapport à celle du foyer image F_1' de la lentille L_1 de cette lunette. Placer ces deux points sur le schéma en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.
3. Tracer sur le schéma en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** la marche des rayons lumineux issus des points P_1 et P_2 de Mars :
   - à travers la lentille L_1 en faisant apparaître les images intermédiaires P_1' et P_2', des points P_1 et P_2 ;
   - puis à travers la lentille L_2 en faisant apparaître l'angle θ' sous lequel la planète Mars est vue en sortie de la lunette.

On admet que le grossissement de la lunette astronomique afocale s'exprime par la relation :

$$G_{\text{lunette}} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

4. Calculer la valeur du grossissement G_{lunette} de la lunette utilisée.

En janvier 2021, l'angle sous lequel la planète Mars est vue par un observateur terrestre à l'œil nu était de $\theta = 4{,}9 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{rad}$. Cet observateur voit alors un point lumineux.

5. Justifier cette observation.
6. Indiquer ce qu'il observe en utilisant la lunette astronomique précédente. Justifier par un calcul.

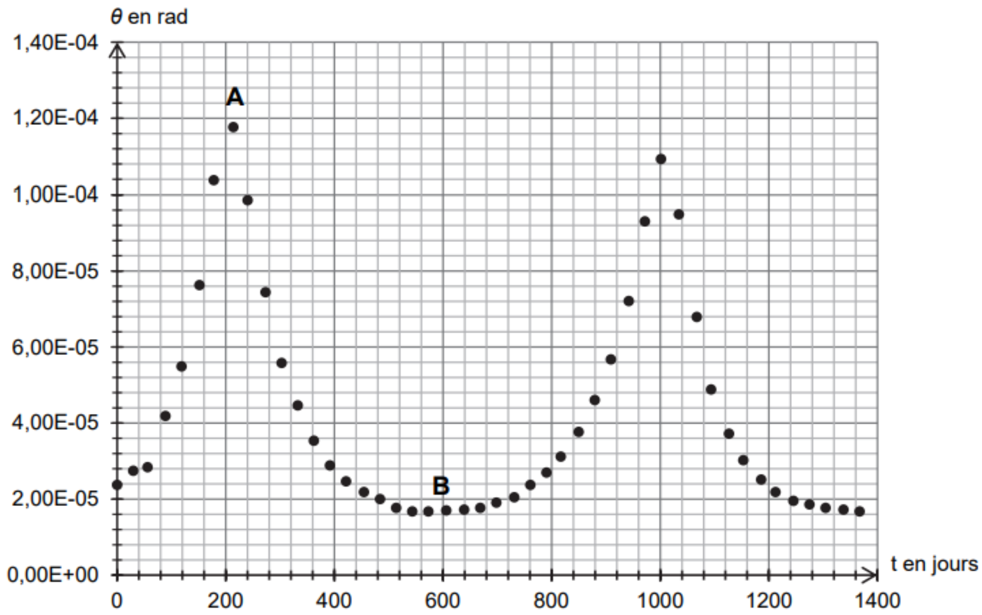


Figure 1: Evolution de l'angle θ sous lequel la planète Mars est vue par un observateur terrestre en fonction du temps t.

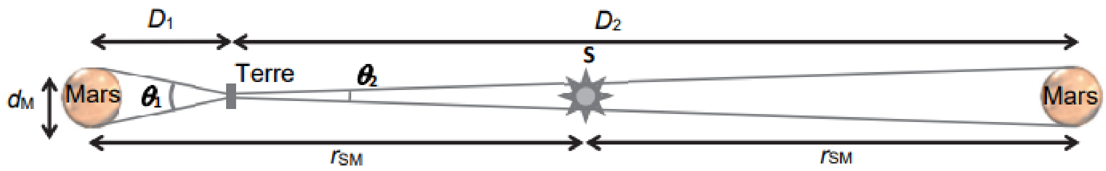


Figure 2: Schéma des positions relatives de Mars par rapport à la Terre (échelle non respectée).

Partie 2 : Détermination du diamètre de Mars

À l'aide des mesures effectuées en début de chaque mois avec la lunette astronomique, on détermine l'angle θ sous lequel la planète Mars est vue par un observateur terrestre à partir de janvier 2018. Lorsque Mars n'est pas visible, on utilise des données simulées. Les valeurs de l'angle θ sont représentées en fonction du temps t sur la Figure ??. La date $t = 0$ correspond au 1er janvier 2018.

Le schéma présenté en Figure ?? montre les deux positions extrêmes de Mars par rapport à la Terre ainsi que les angles θ_1 et θ_2 sous lesquels la planète Mars est vue par un observateur terrestre pour ces deux positions.

7. Associer, en expliquant votre démarche, les angles θ_1 et θ_2 sous lesquels la planète Mars est vue par un observateur terrestre aux points A et B de la Figure ??. En déduire les valeurs de θ_1 et θ_2.
8. En utilisant la Figure ??, montrer que le diamètre d_M de la planète Mars s'exprime comme :

$$d_M = \frac{2r_{SM}}{\dfrac{1}{\theta_1} + \dfrac{1}{\theta_2}}$$

9. Calculer la valeur du diamètre d_M de la planète Mars. Commenter.

Partie 3 : Détermination de la masse de Mars

La planète Mars, que l'on peut assimiler à une sphère de diamètre d_M, possède une masse M_M environ dix fois moins grande que celle de la Terre. La masse M_M de Mars peut être déterminée par l'observation de Phobos, l'un des satellites naturels de la planète et par l'utilisation des lois de Newton. Ce satellite :

- a une période de révolution T de 7 h 39 min autour de Mars ;
- possède une trajectoire quasi-circulaire autour de Mars de rayon $r_{MP} = 9{,}38 \cdot 10^3$ km ;
- n'est soumis qu'à la seule force de gravitation de Mars.

10. En utilisant une loi de Newton, établir que l'expression de la vitesse de Phobos sur son orbite circulaire autour de Mars est :

$$v = \sqrt{\frac{GM_M}{r_{MP}}}$$

11. Déterminer la valeur de la masse M_M de Mars. Commenter.

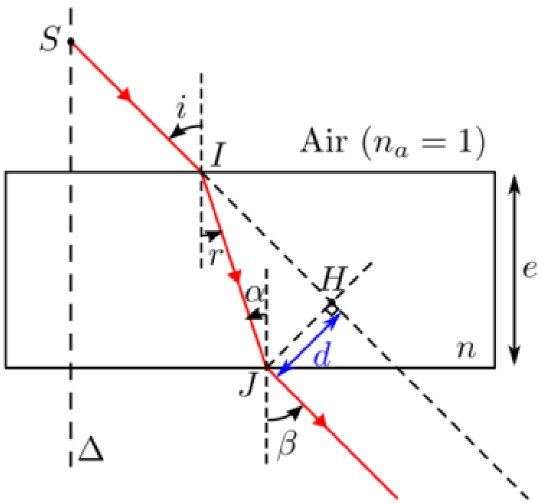
Problème 2 - Correction des aberrations chromatiques

Les *aberrations chromatiques* sont des irrégularités dans la couleur des images formées par un système optique. Elles sont en général dues au fait que les systèmes optiques sont constitués de matériaux dispersifs, comme le verre, dont les propriétés réfringentes dépendent de la longueur d'onde. On voit alors apparaître, en particulier sur le bord des images, des irisations colorées. Le but de ce problème est de voir apparaître les aberrations chromatiques dans un cas simple, puis de voir une méthode de correction pour les lentilles minces.

> Il est possible de traiter indépendamment les trois parties, mais certaines questions des parties 2 et 3 peuvent faire appel à des résultats des parties précédentes. Ces résultats sont nécessairement donnés dans l'énoncé, pour ne pas vous pénaliser si vous n'avez pas résolu les questions correspondantes.

Partie 1 - Réfraction par une lame de verre à faces parallèles

On commence par considérer un bloc de verre, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n, que l'on appelle *lame de verre*. Les faces du bloc sont parallèles, et on note e son épaisseur. On supposera pour simplifier qu'il est plongé dans l'air d'indice $n_a = 1,00$ (on notera 1 pour simplifier dans la suite : n_a ne limitera jamais les chiffres significatifs des applications numériques). On éclaire la lame avec une source lumineuse ponctuelle S. On s'intéresse dans un premier temps à la marche d'un unique rayon issu de S, impactant la lame au point I avec un angle d'incidence i. On notera r l'angle de réfraction. Voir le schéma ci-dessous pour les autres définitions géométriques utiles.



Le sens positif des angles est le **sens trigonométrique** pour les applications numériques.

1.1. Justifier pourquoi $r < i$, puis déterminer, sans calculs compliqués, les angles α et β représentés sur le schéma en fonction de i et r.

1.2. Est-il possible qu'il se produise une réflexion totale en I ? En J ? Démontrer que, quoi qu'il arrive, tant que $i < \pi/2$ le rayon ressortira du bloc par la face opposé, sans avoir pu être arrêté par une réflexion totale.

1.3. Justifier l'assertion suivante : "Les rayons lumineux ne sont pas déviés par la lame de verre, mais sont translatés d'une distance dépendant de l'épaisseur e de la lame."

On note $d = \overline{JH}$ cette "longueur de translation" du rayon lumineux par la lame.

1.4. Ecrire la loi de la réfraction en I puis en J. Puis exprimer d en fonction de $\overline{IJ}$, et des angles i et r.

1.5. En déduire que

$$d = \frac{e \sin(i - r)}{\cos r}$$

Quelles sont les valeurs minimale/maximale de d ?

1.6. On suppose qu'on se place dans les conditions de Gauss. Rappeler quelles en sont les hypothèses (en particulier ici : qu'est-ce que cela implique sur la valeur de i?), puis leurs trois conséquences mathématiques.

1.7. Montrer alors que, dans les conditions de Gauss,

$$d = ei\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

On cherche maintenant la *relation de conjugaison* de la lame de verre, c'est-à-dire la relation permettant de déterminer l'image du point S par la lame.

1.8. Est-ce qu'un rayon issu de S arrivant perpendiculairement sur le bloc sera dévié lors de sa traversée ? Reproduire le schéma de la lame sur votre copie, représenter ce rayon, ainsi que le rayon du schéma "original" plus haut. Où se trouve S', l'image du point S par la lame ?

1.9. Démontrer alors, par un raisonnement géométrique et avec l'expression de d de la question 1.7., que

$$\overline{SS'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

C'est la *relation de conjugaison de la lame de verre à faces parallèles*. Commenter l'évolution de $\overline{SS'}$ avec e et n.

1.10. Vous regardez votre camarade, situé à un mètre de vous, à travers une vitre simple d'un centimètre d'épaisseur et d'indice de réfraction $n = 1,50$. Est-ce que la présence de la vitre change beaucoup ce que vous voyez, par rapport à la situation où la fenêtre serait ouverte ?

Partie 2 - Dispersion et aberration chromatique

Le verre est un milieu *dispersif*, pour lequel l'indice de réfraction dépend de la fréquence (et donc de la longueur d'onde) des ondes lumineuses le traversant. On modélise cette dépendance de l'indice en λ par la *loi de Cauchy* :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

avec A et B des constantes positives, caractéristiques du matériau. C'est une loi *empirique*, qui découle de l'expérience.

2.1. Quelle est la dimension des constantes A et B.

2.2. n est-il plus grand ou plus petit pour la lumière bleue, par rapport à la lumière rouge ?

Deux des verres les plus couramment utilisés pour la fabrication de lentilles sont les verres *crown* (contenant du sodium) et les verres *flint* (contenant du plomb). On peut mesurer leurs indices de réfraction pour plusieurs longueurs d'ondes. Les résultats sont représentés dans le tableau ci-dessous.

λ (nm)	$656,3$	$486,1$
n(*crown*)	$1,515$	$1,524$
n(*flint*)	$1,618$	$1,636$

2.3. Démontrer que, avec deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 différentes et les indices $n_i = n(\lambda_i)$ correspndants :

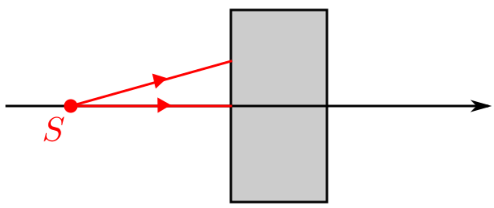
$$A = \frac{\lambda_1^2 n_1 - \lambda_2^2 n_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}$$

et en déduire la valeur numérique de A pour le verre Crown et le verre Flint.

2.4. En raisonnant de manière similaire, déterminer l'expression de B en fonction des λ_i et des n_i, puis déterminer la valeur numérique de B pour le verre *crown* et le verre *flint*.

2.5. En déduire la valeur de l' indice de réfraction de ces deux verres pour des ondes lumineuses de longueur d'onde $\lambda_3 = 587{,}6\,\mathrm{nm}$.

La variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde va impacter la formation des images par un système optique constitué de ces verres. On éclaire la lame de verre de la **Partie 1** avec une source ponctuelle S située à distance finie de la lame. Cette source émet de la lumière blanche.



Dans la suite, on notera $\lambda_1 = 656{,}3\,\mathrm{nm}$ et $\lambda_2 = 486{,}1\,\mathrm{nm}$ les longueurs d'onde utilisées dans les questions précédentes.

2.6. Recopier le schéma *en grand* sur votre copie, et tracer la marche des deux rayons à travers la lame de verre, **correspondant a une seule longueur d'onde** λ_1. Déterminer alors la position de l'image S' de S par la lame. Est-ce une image réelle ou virtuelle ?

2.7. Sur le même schéma, tracer l'image S'' de S par la lame, si on considère cette fois-ci la lumière de longueur d'onde λ_2 (on exagérera sur le tracé la différence d'indices de réfraction dans les deux situations). Justifier l'existence d'une *aberration chromatique*, comme définie au début du problème.

2.8. On a démontré dans la partie 1 du problème que la relation de conjugaison de la lame de verre est

$$\overline{SS'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

En déduire la *longueur d'aberration* $\mathcal{L} = S'S''$ (positive), en fonction de n_1 et n_2, puis en fonction des cœfficients de Cauchy A et B et des longueurs d'onde λ_1 et λ_2. Que représente-elle physiquement ? Qui, du verre *crown* ou du verre *flint*, présente les aberrations chromatiques les plus marquées ?

Partie 3 - Correction des aberrations chromatiques pour des lentilles minces

On peut utiliser les propriétés des différents verres optiques pour corriger les aberrations chromatiques, en remplaçant les lentilles simples par des *doublets* : des assemblages de deux lentilles, de composition différente.
Pour simplifier la description des différents verres, les opticiens caractérisent leur indice de réfraction par rapport à trois longueurs d'onde bien spécifiques :

- la raie C de l'hydrogène : $\lambda_C = 656{,}3\,\mathrm{nm}$ (λ_1 dans la partie précédente),
- la raie D de l'hélium : $\lambda_D = 587{,}6\,\mathrm{nm}$,
- la raie F de l'hydrogène : $\lambda_F = 486{,}1\,\mathrm{nm}$ (λ_2 dans la partie précédente).

On notera n_C, n_D et n_F les indices de réfraction correspondant à ces longueurs d'onde pour les différents verres étudiés dans cette partie, et on définit le *nombre d'Abbe* ν d'un verre par la relation :

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

Enfin, on admet que la distance focale image f' d'une lentille dépend de son indice de réfraction par la relation :

$$\frac{1}{f'} = \rho(n-1)$$

avec ρ une constante qui dépend seulement de la géométrie de la lentille (en fait, la courbure de ses faces), et n son indice de réfraction.

3.1. Dans quelles zones (couleurs) du spectre visible se situent λ_C, λ_D et λ_F ? Justifier qu'on appelle parfois λ_D la "longueur d'onde moyenne".

3.2. Est-ce que la distance focale f' de la lentille dépend de la longueur d'onde utilisée pour l'éclairer ? Est-ce qu'il risque de se produire des aberrations chromatiques ? *On pourra s'inspirer de la fin de la partie précédente.*

On s'intéresse, dans cette section, a un doublet de lentilles de *contact*. Ces deux lentilles se touchent, ce qui revient à dire que leur centre optique O est identique. On les éclaire avec de la lumière monochromatique, pour ignorer temporairement la notion d'aberration chromatique.

3.3. On éclaire une lentille de centre optique O par un objet A situé à distance finie sur son axe optique. Rappeler la relation de conjugaison de Descartes, qui permet de déterminer la position de A' grâce à $\overline{OA}$ et à la distance focale f'.

3.4. On accole deux lentilles L_1 et L_2, de distances focales f'_1 et f'_2 pour la longueur d'onde considérée. On note $O = O_1 = O_2$ leur centre optique commun. On place un objet A à l'infini sur l'axe optique, en amont des lentilles. Déterminer les positions de A_1, image de A par L_1, puis de A_2, image de A_1 par L_2.

3.5. Pourquoi peut-on dire que A_2 se situe en fait au point focal image de l'ensemble des deux lentilles ? En déduire que la distance focale image f' du système de deux lentilles vérifie

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

On éclaire maintenant le doublet de lentilles avec de la lumière polychromatique.

3.6. En notant ρ_1 et ρ_2 les cœfficients géométriques de chaque lentille, déterminer la distance focale f' du doublet en fonction de ρ_1, ρ_2, n_1 et n_2. Est-ce que f' dépend de la longueur d'onde ?

Pour clarifier les notations, on notera $n_{1,D}$, $n_{1,F}$ et $n_{1,C}$ les indices de réfraction pour la lentille L_1 et pour les longueurs d'onde λ_D, λ_F et λ_C respectivement. On note de la même manière $n_{2,D}$, $n_{2,F}$ et $n_{2,C}$

3.7. On considère dans cette question les lentilles 1 et 2 séparément. Rappeler la définition de la *vergence* V d'une lentille. Puis exprimer ρ_1 en fonction de $V_{1,D}$ et de n_{1D}, la vergence et l'indice de réfraction de la lentille L_1 pour la longueur d'onde λ_D. Faire de même avec ρ_2.

3.8. Exprimer les vergences V_F, V_D et V_C du **doublet** pour chaque longueur d'onde λ_F, λ_D et λ_C en fonction des indices de réfraction, de ρ_1 et ρ_2.

3.9. On définit l'*écart de vergence* ΔV du doublet de lentilles par

$$\Delta V = V_F - V_C$$

Démontrer, avec les questions qui précèdent, qu'on peut exprimer ΔV en fonction des nombres d'Abbe ν_1 et ν_2 de chaque lentille :

$$\Delta V = \frac{V_{1,D}}{\nu_1} + \frac{V_{2,D}}{\nu_2}$$

3.10. A quelle condition sur $V_{1,D}$, $V_{2,D}$, ν_1 et ν_2 les images formées par le doublet pour les longueurs d'onde λ_F et λ_C seront confondues ? On dit alors que le doublet est *achromatique*.

3.11. Montrer alors que, pour que cette condition soit satisfaite, il faut que

$$V_{1,D} = \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} V_D \quad ; \quad V_{2,D} = -\frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} V_D$$

Pourquoi est-on obligé d'utiliser deux verres différents pour les lentilles afin de corriger les aberrations chromatiques ?

3.12. Pour corriger les aberrations chromatiques d'une lentille convergente, quelle doit être la nature de la lentille qu'il faut lui accoler pour former le doublet ?

3.13. *Application.* On souhaite fabriquer un doublet achromatique convergent, de distance focale $f' = 20\,\mathrm{cm}$ dans tout le visible. On dispose pour cela de deux types de verres : le *crown* et le *flint* (comme dans la partie 2), dont les indices de réfraction sont donnés ci-dessous. Calculer la vergence de chaque lentille pour λ_D, sachant que la lentille convergente est en verre *crown*.

λ	λ_C	λ_D	λ_F
n(*crown*)	$1,515$	$1,518$	$1,524$
n(*flint*)	$1,618$	$1,623$	$1,636$

Bonus

Il ne rapporte pas de point ! C'est pour le plaisir de faire une question ou deux qui sortent de l'ordinaire ;)

Répondre aux questions suivantes en raisonnant avec des ordres de grandeur.

1. Si je remplis ma maison (un plain-pied d'environ $120\,\mathrm{m}^2$) par des pièces de 10 centimes d'euros, est-ce que le prix de ma maison (environ 300000 euros) dépasse celui des pièces que j'ai empilées ?
2. Estimer la fortune de Picsou ! (les plans du coffre montrent que c'est un cube d'environ 40 mètres de côté).

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE I

La lunette astronomique peut-être modélisée par le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.

L_1 : ……………………….. L_2 : ………………………..